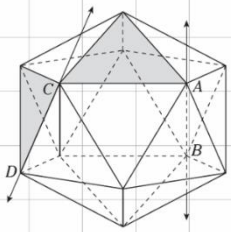
RESOLUCIÓN SEMANA 19

SEMESTRAL UNI

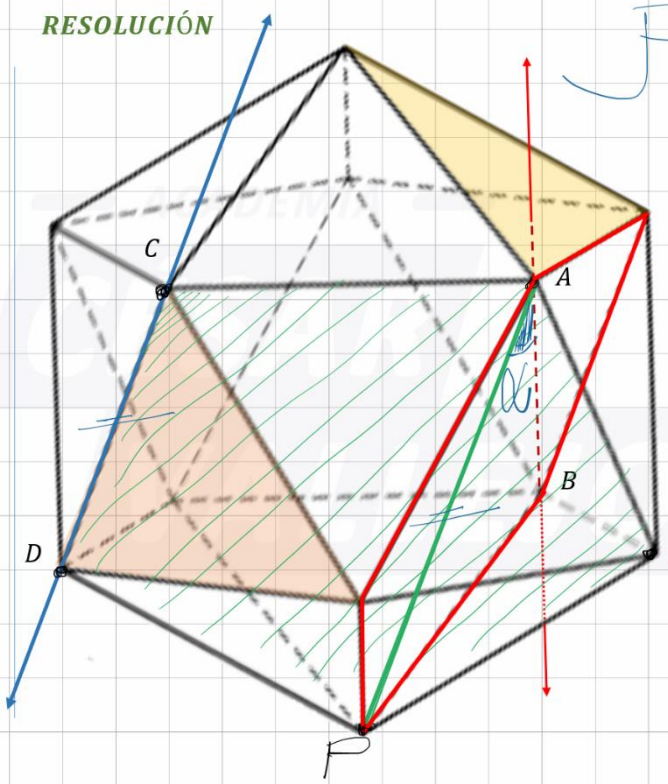
PROBLEMA 8

En el icosaedro regular mostrado, calcule la medida del ángulo entre $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

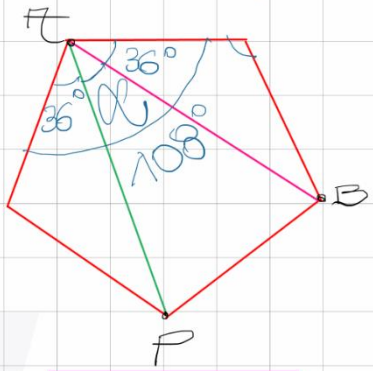


A) 30° B) 36° C) 45°
D) 72° E) 90°

RESOLUCIÓN



Plan α



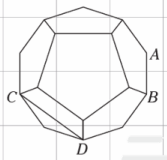
$\therefore \alpha = 36°$

B

SEMESTRAL UNI

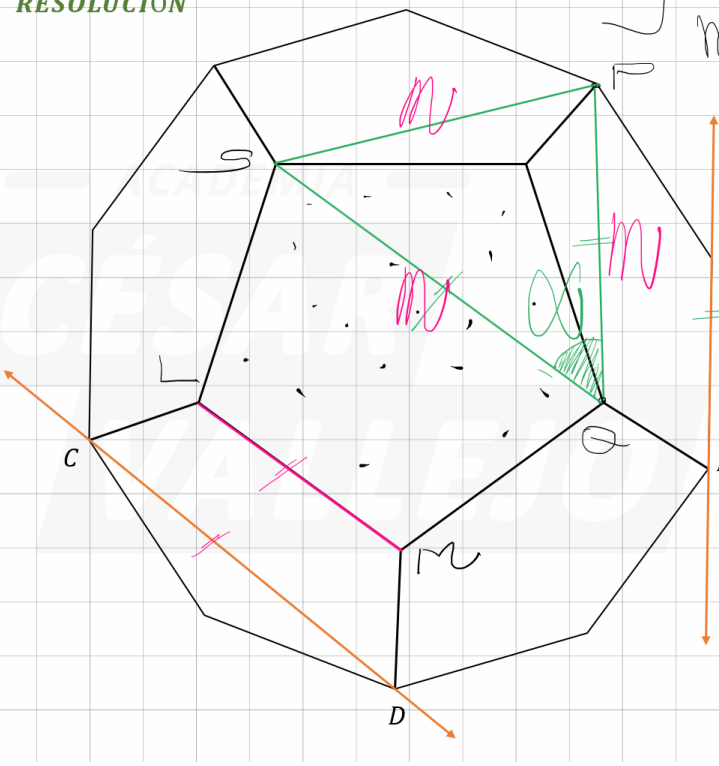
PROBLEMA 7

Calcule la medida del ángulo que forman los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ en el dodecaedro regular mostrado.



A) 36° B) 60° C) 72°
D) 18° E) 108°

RESOLUCIÓN



Plan

$m\angle(AB-CD)=\alpha$

$\triangle SPQ$ EQUILÁTERO

$\therefore \alpha = 60°$

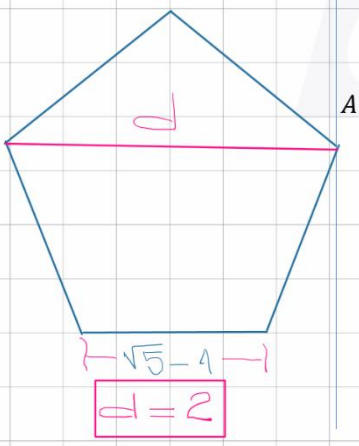
B

SEMESTRAL UNI

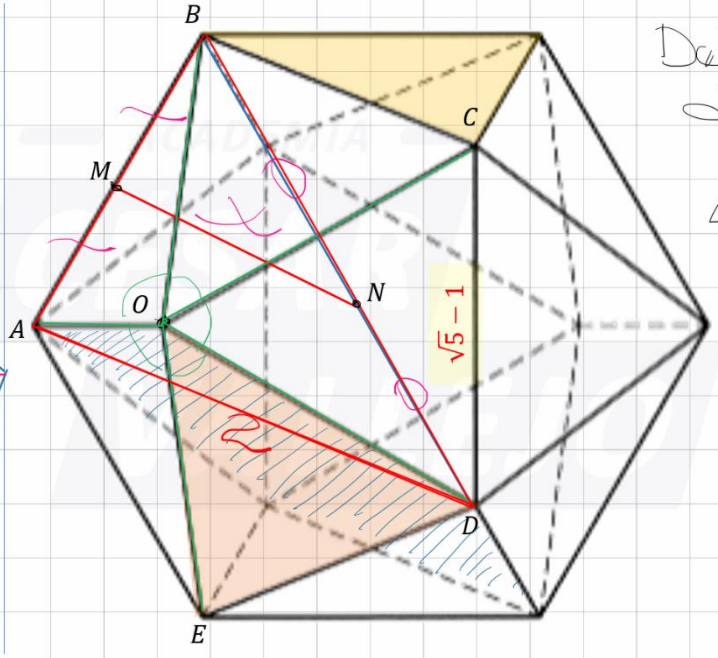
PROBLEMA 6

Sean *O-ABCDE* algunos de los vértices de un icosaedro regular que determinan un ángulo pentaedro de vértice *O*. Si $CD=\sqrt{5}-1$, calcule *MN*. (*M* y *N* son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BD}$, respectivamente).

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5



RESOLUCIÓN



Del pentagono:
$d = 2$

$\triangle ABC$ BASE MEDIA

$x = 1$

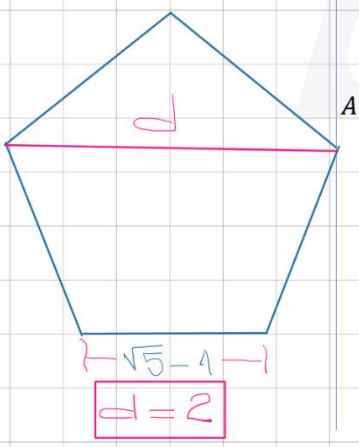
D

SEMESTRAL UNI

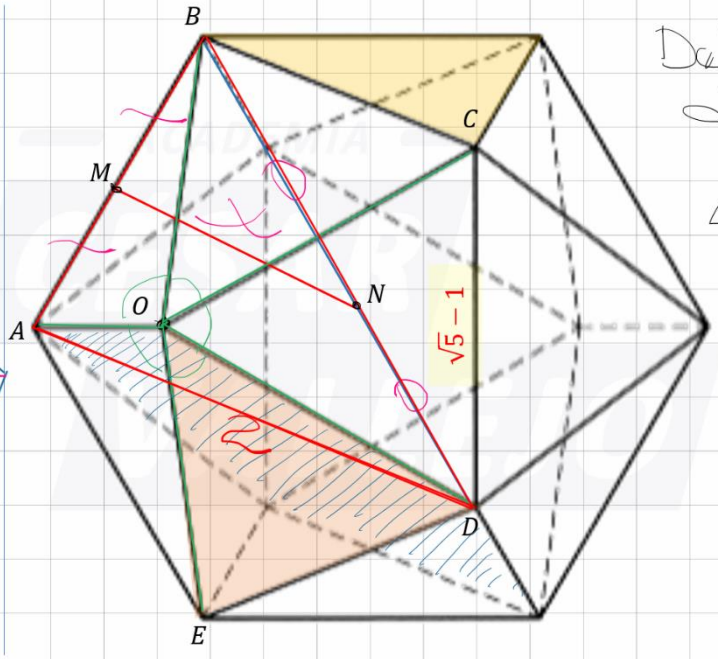
PROBLEMA 6

Sean *O-ABCDE* algunos de los vértices de un icosaedro regular que determinan un ángulo pentaedro de vértice *O*. Si $CD=\sqrt{5}-1$, calcule *MN*. (*M* y *N* son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BD}$, respectivamente).

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5



RESOLUCIÓN



Del pentagono:
$d = 2$

$\triangle ABC$ BASE MEDIA

$x = 1$

D

SEMESTRAL UNI

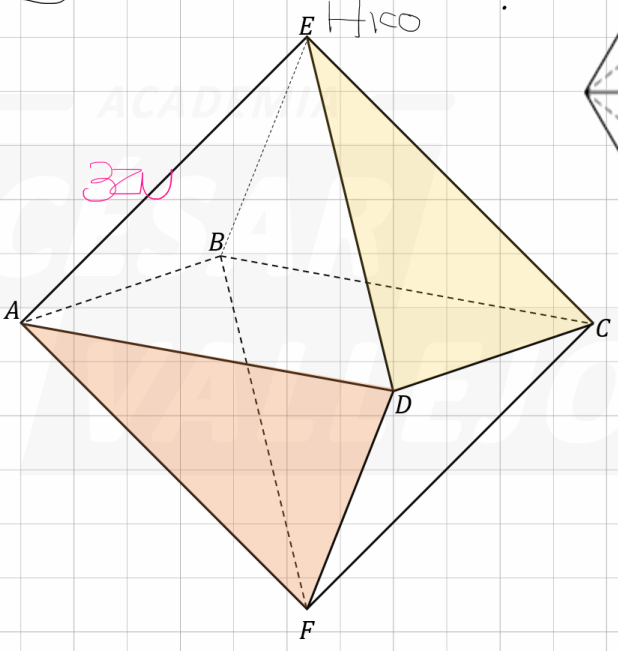
PROBLEMA 5

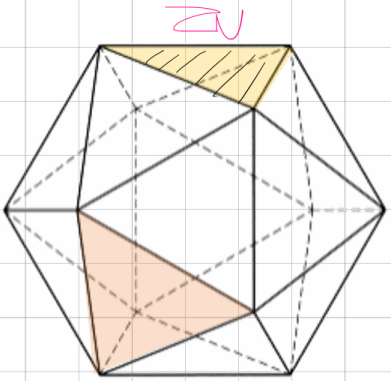
Se tiene un octaedro regular cuya arista es el triple de la arista de un icosaedro regular. Calcule la razón de sus áreas totales.

A) $\frac{15}{7}$ B) $\frac{20}{3}$ C) $\frac{18}{5}$
D) $\frac{10}{7}$ E) $\frac{12}{5}$

RESOLUCIÓN

Pdun $\frac{A_{oct}}{A_{ico}} = ?$





$\frac{A_{oct}}{A_{ico}} = \frac{2(3a)^2\sqrt{3}}{\frac{20}{5}a^2\sqrt{3}} = \frac{18}{5}$

Rpta: C

SEMESTRAL UNI

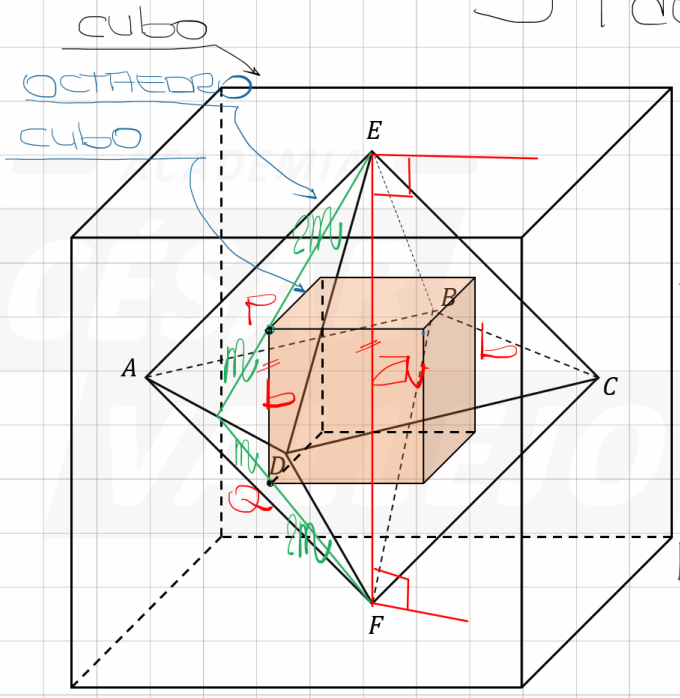
PROBLEMA 4

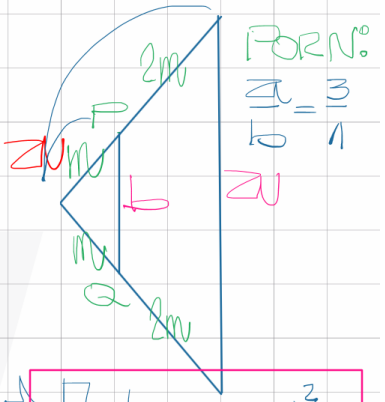
En un cubo se traza su poliedro conjugado inscrito, luego en este último se inscribe el poliedro conjugado. Calcule la razón de las áreas de las superficies del cubo y el último poliedro mencionado.

A) 6 B) 9 C) $8\sqrt{2}$
D) 16 E) 25

RESOLUCIÓN

Pdun $\frac{A_{sub\,may}}{A_{sub\,men}} = ?$





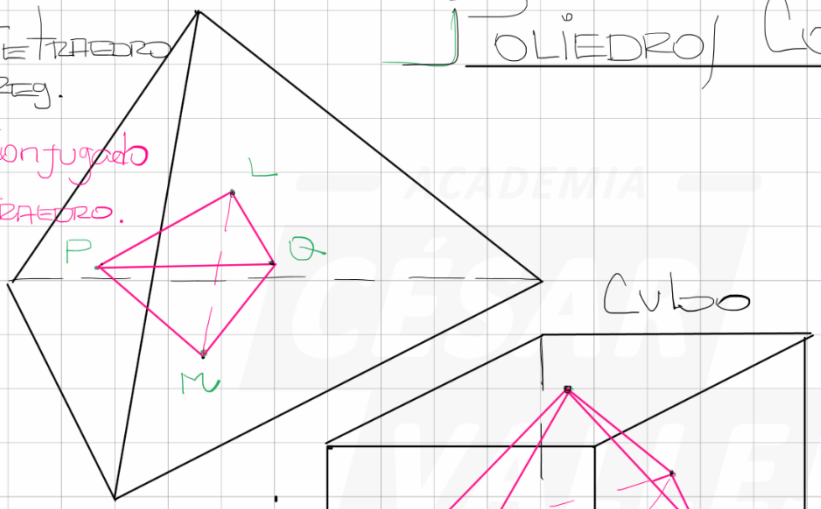
$\frac{A_{sub\,may}}{A_{sub\,men}} = \frac{6(3)^2}{6(1)^2} = 9$

Rpta: B

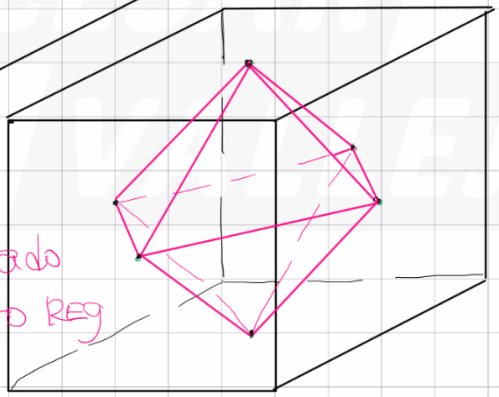
POLIEDROS CONJUGADOS

Tetraedro Reg.

Su Conjugado TETRAEDRO.



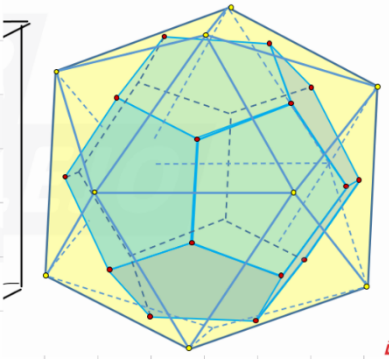
Cubo



Su Conjugado Octaedro Reg

ICOSAEDRO REGULAR

En el gráfico se muestra un icosaedro regular y su respectivo poliedro conjugado inscrito en el.

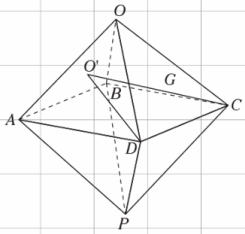


ACADEMIA CESAR VALLEJO

SEMESTRAL UNI

PROBLEMA 3

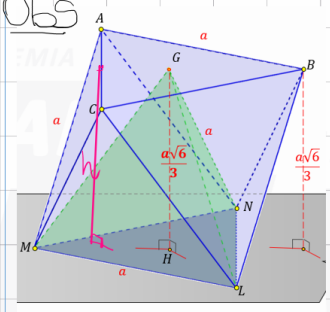
En el octaedro regular, la cara ODC se gira en torno a $\overline{DC}$ tal que O' pertenece a la cara OAB y $AB=4$, calcule la distancia de O' a ODC.



A) $\frac{2\sqrt{6}}{9}$ B) $\frac{10\sqrt{5}}{11}$ C) $\frac{4\sqrt{6}}{9}$ D) $\frac{10\sqrt{5}}{9}$ E) $\frac{8\sqrt{6}}{9}$

RESOLUCIÓN

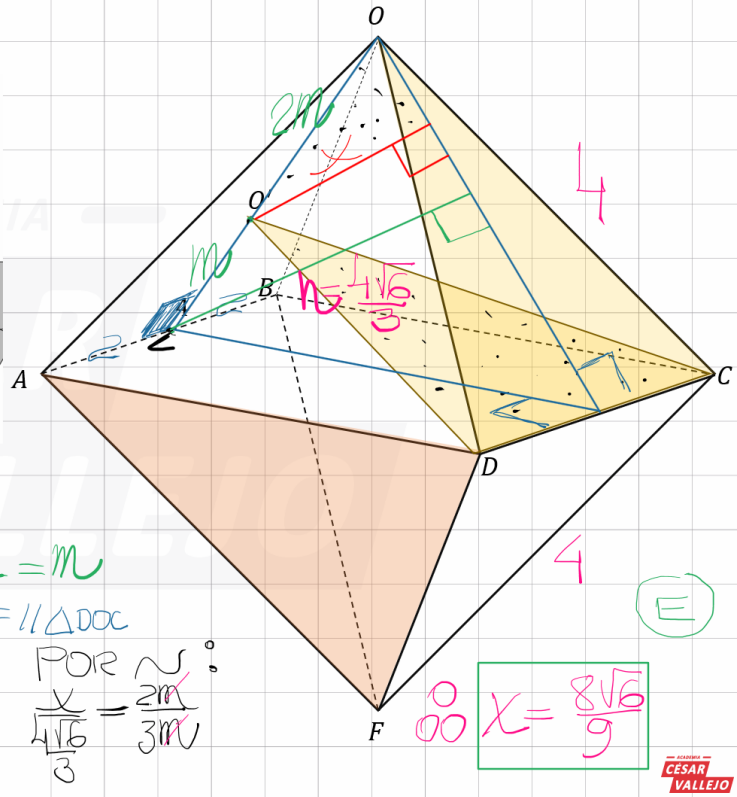
Obs



- Si **G** es el baricentro de la cara **ABC**

Se cumple:

GMNL: Tetraedro regular



O' BARICENTRO

$OO'=2m$ $O'L=m$

Además $\triangle ABF \parallel \triangle DOC$

$h=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

POR $\sim$:

$\frac{x}{\frac{4\sqrt{6}}{3}}=\frac{2m}{3m}$

$x=\frac{8\sqrt{6}}{9}$

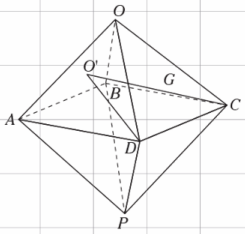
(E)

ACADEMIA CESAR VALLEJO

SEMESTRAL UNI

PROBLEMA 3

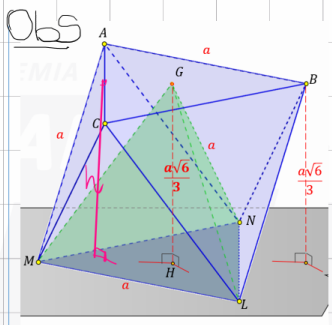
En el octaedro regular, la cara ODC se gira en torno a $\overline{DC}$ tal que O' pertenece a la cara OAB y $AB=4$, calcule la distancia de O' a ODC.



A) $\frac{2\sqrt{6}}{9}$ B) $\frac{10\sqrt{5}}{11}$ C) $\frac{4\sqrt{6}}{9}$
D) $\frac{10\sqrt{5}}{9}$ E) $\frac{8\sqrt{6}}{9}$

RESOLUCIÓN

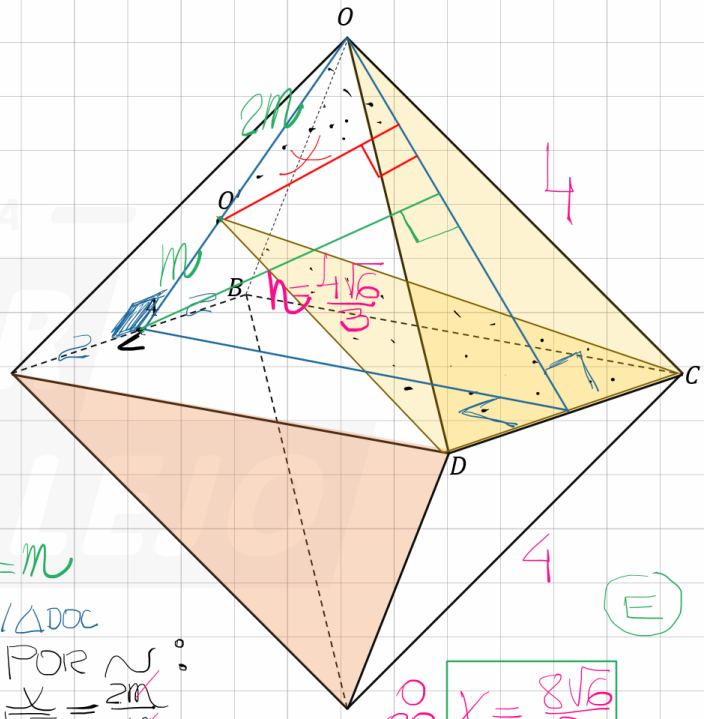
Obs



- Si G es el baricentro de la cara ABC

Se cumple:

$GMNL$: Tetraedro regular



O' BARICENTRO

$OO'=2m$, $O'L=m$

Además $\triangle ABF \parallel \triangle DOC$

$h=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

POR ~:

$\frac{x}{\frac{4\sqrt{6}}{3}}=\frac{2m}{3m}$

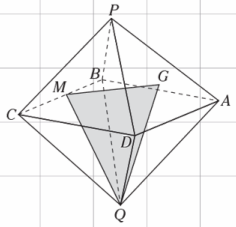
$\therefore \boxed{x=\frac{8\sqrt{6}}{9}}$

E

SEMESTRAL UNI

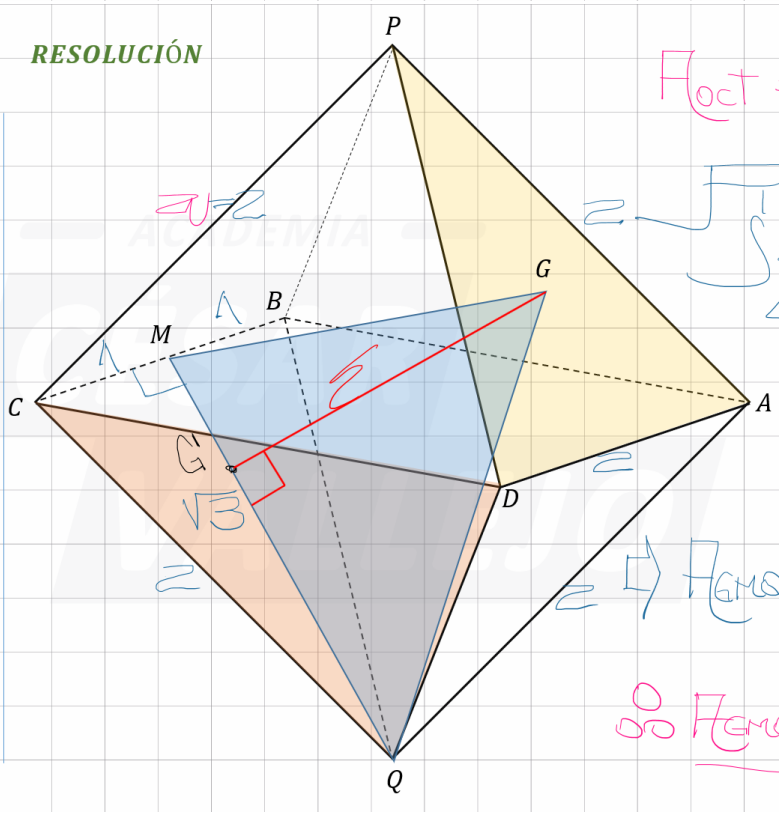
PROBLEMA 2

En el octaedro regular P-$ABCD$-Q, G es el baricentro de la región triangular APD. Si $BM=MC$ y el área de la superficie total del octaedro es $8\sqrt{3}$. Calcule el área de la región triangular GMQ.



A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 4
D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

RESOLUCIÓN



$A_{oct}=8\sqrt{3}=2a^2\sqrt{3}$

$\boxed{a=2}$

2 Piden A_{GMQ}

Sabemos $\triangle CBQ \parallel \triangle APD$

$h=\frac{a\sqrt{6}}{3}$

$h=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\Rightarrow A_{GMQ}=\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}\cancel{\sqrt{6}}^{\sqrt{2}}}{\cancel{3}}$

$\therefore A_{GMQ}=\sqrt{2}$ A

SEMESTRAL UNI

PROBLEMA 1

En octaedro regular *E-ABCD-F*, calcule la medida del ángulo diedro entre las caras *AEB* y *AFB*.

A) $\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$

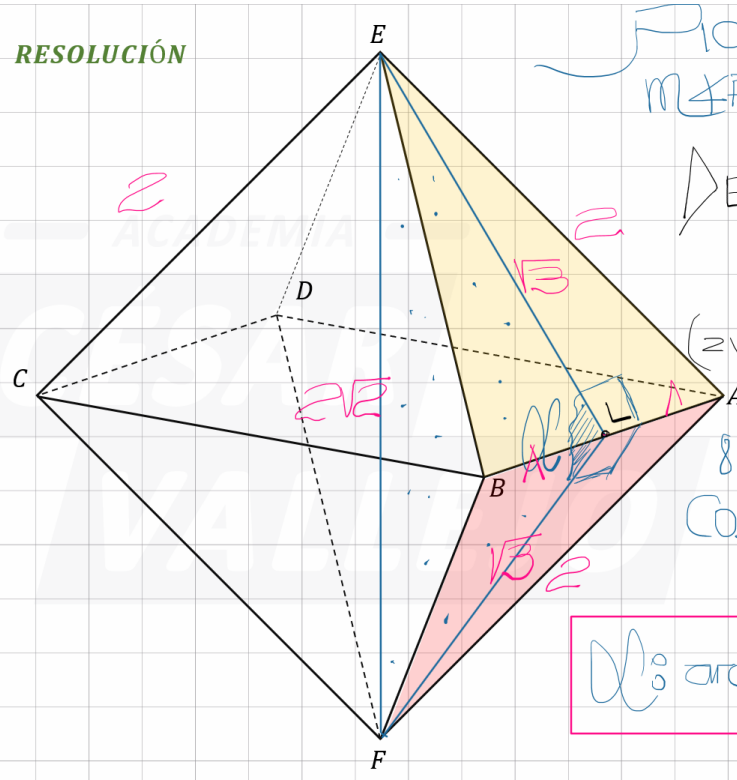
B) $\arccos\left(-\frac{2}{5}\right)$

C) $\arccos\left(-\frac{3}{4}\right)$

D) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$

E) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

RESOLUCIÓN



Piden

$m\angle FB = \alpha$

$\triangle ELF$ teo. Cojeno:

$(2\sqrt{2})^2 = \sqrt{3}^2 + \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{3}\cos\alpha$

$8 = 6 - 6\cos\alpha$

$\cos\alpha = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

$\boxed{\alpha: \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)}$ A

SEMESTRAL UNI

POLIEDROS REGULARES II

DODECAEDRO REGULAR

Es el poliedro regular, cuyas doce caras son regiones pentagonales regulares.

- Del gráfico: $C = 12$
  $V = 20$
  $A = 30$

- Además:

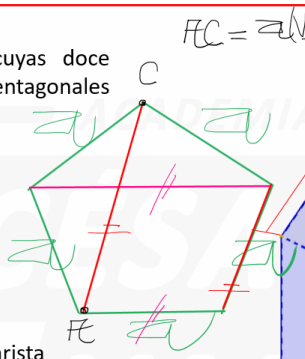
  $\boldsymbol{a}$: Longitud de la arista

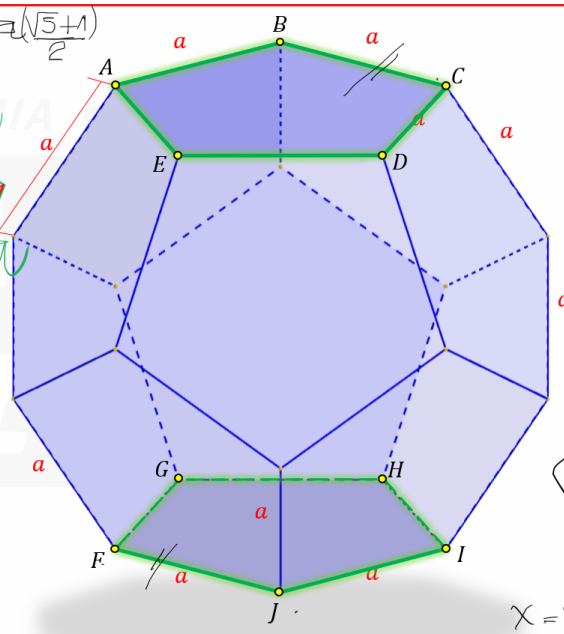
  $\text{⬠}ABCDE \parallel \text{⬠}FGHIJ$

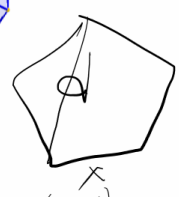
✓ *En el dodecaedro regular, encontramos regiones pentagonales paralelas.*

NOTA:
El dodecaedro regular tiene cien diagonales.

$AC = a\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$







$x = d\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$